Univsersité de Perpignan - IUT de Carcassonne
Thierry SPINOSA - Vivien ROSSI
Année 2006/2007

IUT STID, 2ème année : **Estimation et tests**

Feuille 3 : Tests relatifs aux paramètres de la loi normale

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, identifier l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative qui sont à tester :

1. Une association de consommateur envisage de tester la consommation sur autoroute (à 120 km/h) d'un nouveau type de voiture. Il s'agit de montrer que sa consommation est inférieure à 8 l/100km.
2. Des spécimens d'eau souterraine seront analysés pour voir si la concentration en un produit chimique nocif est supérieure à 0.008 μg/l.
3. Une méthode de chiropractie doit être testée sur un certain nombre de personnes souffrant d'un mal au dos chronique, afin de montrer quelle est plus efficace qu'un placebo (l'efficacité d'un placebo est de 50%).
4. Un chercheur en agro-génétique veut montrer que moins de 30% des pieds d'une nouvelle variété de maïs meurent lorsqu'ils sont soumis à une sècheresse de 20 jours.

Exercice 2

Un contrôle anti-dopage a été effectué sur $n = 16$ sportifs. On a mesuré la variable X, supposée normale, qui est le taux (dans le sang) d'une certaine susbtance interdite. Voici les données obtenues :

Sportif	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Taux	0.35	0.4	0.65	0.27	0.14	0.59	0.73	0.13	0.24	0.48	0.12	0.70	0.21	0.13	0.74	0.18

1. Tester, avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle la moyenne de X est 0.4.
2. Tester, avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle la variance de X est 0.04.
3. Tester, avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle la variance de X est 0.04 contre l'hypothèse quelle soit strictement supérieure à 0.04.
4. A présent nous allons supposer que $\sigma^2 = 0.04$
   (a) Tester, avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle la moyenne de X est 0.4.
   (b) Tester, avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$, l'hypothèse selon laquelle la moyenne de X est 0.4 contre la moyenne de X est strictement supérieure à 0.4

Exercice 3

Une bibliothèque utilise un logiciel de reconnaissance de caractères pour la numérisation de son fond documentaire. Les performances du logiciel sont évaluées par le pourcentage de caractères reconnus correctement. Pour ce logiciel, il a été établi que la variable aléatoire « taux de bons caractères » peut être considérée comme de loi normale $\mathcal{N}(0.84, 0.05)$.
On teste un logiciel concurrent sur 54 documents typiques et on observe un taux de reconnaissance moyen de 0.87. On suppose la loi du taux est aussi normale $\mathcal{N}(\mu, 0.05)$.

1. Tester au niveau 10% l'hypothèse $\mu = 0.84$ contre $\mu > 0.84$ pour savoir si le logiciel concurent est meilleur
2. La bibliothèque acquiert ce nouveau logiciel. Après plusieurs semaines d'utilisation, on constate que le « véritable » taux de reconnaissance moyen est de 0.86. Quelle probabilité avait-on de ne pas choisir ce logiciel ?

Exercice 4

Un échantillon de 112 malades atteints d'un cancer du colon a été comparé à 185 témoins non malades quant à leur consommation moyenne de caféine. Pour les malades, cette consommation moyenne est égale à 147.2 mg/jour (l'écart-type est de 101.8 mg/j) et pour les témoins, elle vaut 132.9 mg/j (l'écart-type est de 115.7 mg/j). Tester, avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$, si la consommation moyenne de caféine diffère entre les malades et les non malades. Peut-on inférer une association entre la consommation de caféine et le cancer du colon ?

Exercice 5

Un procédé de fabrication courant a produit des millions de tubes TV, dont la durée de vie est gaussienne de moyenne $\mu = 1200$ heures et l'écart type $\sigma = 300$ heures. Un nouveau procédé, estimé meilleur par le bureau d'études, fournit un échantillon de 100 tubes, avec une moyenne $\bar{X} = 1265$. S'agit-il simplement d'un coup de chance de l'échantillonnage ? Proposez une valeur de σ qui inverse la conclusion précédente

Exercice 6

Dans une expérience sur l'acuité visuelle, un chercheur a demandé à 15 individus d'évaluer la distance d'un objet placé à 20 cm. Il a obtenu les résultats suivants, en centimètres :

17 20 21 14 18 19 19 16 24 21 19 23 15 21 20

Peut-on affirmer que les individus ont de la difficulté à évaluer correctement la distance ?
On considère un niveau $\alpha = 5\%$ et on suppose que l'évaluation de la distance par un individu suit une loi normale.

Exercice 7

On veut savoir su la précision d'un nouvel appareil de pesé est meilleur que celle de l'ancien. Un même objet est pesé 15 fois par l'ancien appareil, on trouve une variance des poids égale à 6.8 et 25 fois par le nouvel appareil, on trouve une variance des poids égale à 2.7.

1. Poser les hypthèses du test.
2. Réaliser le test pour $\alpha = 5\%$.

Exercice 8

Une chaîne d'embouteillage est réglée de telle sorte que le contenu exact d'une bouteille soit une variable aléatoire de loi gaussienne d'espérance 75.5cl et d'écart type 0.2cl.

1. Pourquoi le négociant a intérêt à calibrer le contenu sur 75.5cl alors qu'il est indiqué 75cl sur les bouteilles de vin ?
2. Donner un intervalle de dispersion à 99% du contenu d'une bouteille.
3. Quelle est la probabilité pour qu'une bouteille prise au hasard ait un contenu inférieur à 75cl ?
4. Le fabricant contrôle régulièrement sa chaîne de fabrication en prélevant au hasard 10 bouteilles. Il souhaite bien évidemment qu'il n'y ait aucun dérèglement aussi bien par excès que par défaut. Proposez le test statistique adéquat et construire la règle de décision. Proposez une erreur de 1$^{\text{ère}}$ espèce, compte tenu que le réglage est rapide et peu onéreux

Exercice 9

Une entreprise fabrique des feuilles de plastique d'un certain type. Pour contrôler l'épaisseur de ces feuilles (qui normalement doit être en moyenne de 2.25 mm), on procède toutes les heures à un échantillonnage (de taille 5) et on réalise un test (bilatéral) de comparaison de la moyenne observée à la moyenne spécifiée ci-dessus. Ces tests sont réalisés au niveau $\alpha = 0.03$. Chaque fois que l'on détecte un écart significatif de la moyenne par rapport à 2.25 mm, une action de réglage est entreprise pour ajuster le fonctionnement de la machine.

Dans une semaine, et si l'on suppose que tout fonctionne normalement, combien aura-t-on en moyenne d'actions de réglage réalisées alors qu'elles n'auraient pas dû avoir lieu ?

Exercice 10

Les caractéristiques de la production d'un alliage nécessitent au moins 23.2% de cuivre selon des spécifications fournies. Un échantillon de 10 analyses du produit, réalisées indépendammment, a donné les teneurs suivantes (en %) :

23.16 23.55 23.83 23.77 23.28 23.24 23.62 23.70 23.10 23.75

On admettra la normalité des observations.

1. L'alliage obtenu est-il en moyenne en accord avec les spécifications requises (niveau 1%) ?
2. Peut-on affirmer, toujours à 1%, que la teneur moyenne en cuivre est supérieure à celle précisée dans les spécifications ?
3. Pour le test de la question 2., quels sont les écarts à la spécifications que le test est capable de détecter avec une probabilité de 0.8 ? Quel nombre d'observations aurait-il fallu avoir pour que cette probabilité soit de 0.9 pour le même type d'écart ?
4. La machine assurant le mélange des métaux est susceptible d'être mise en cause. Sa fiche technique assure un écart-type d'au plus 0.2% dans le dosage des métaux. L'échantillon des 10 analyses permet-il de mettre en évidence un mauvais fonctionnement du point de vue de la précision (niveau 1%) ? Evaluer le degré de significativité associé à ce résultat.